Estática

4.5. Momento de una fuerza

4.6. Momento de un par de fuerzas

4.7. Equilibrio estático

Momento de una fuerza

También conocido como torque ($\vec{M}$ ó $\vec{T}$) , momento dinámico o simplemente momento, es una magnitud vectorial que mide la capacidad que posee una fuerza para alterar la velocidad de giro de un cuerpo. Su módulo se obtiene por medio de la siguiente expresión:

$$\vec{M} = \vec{F}\vec{r}\ \sin\alpha$$

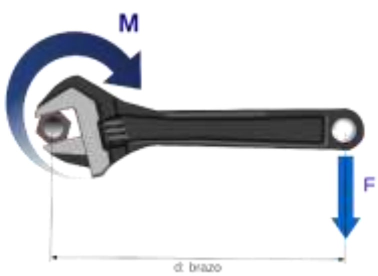
Donde:

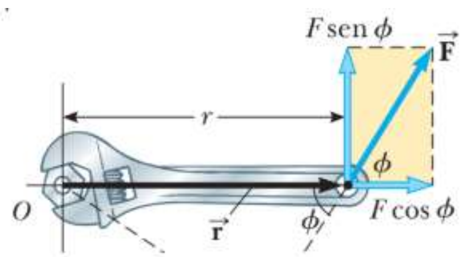
M o T es el módulo del momento de una fuerza $\vec{F}$que se aplica sobre un cuerpo. Su unidad en el S.I. es el newton por metro (N · m).

F es el módulo de dicha fuerza. Su unidad en el S.I. es el newton.

r ó d es el módulo del vector de posición que une el centro o eje de giro con el punto origen de la fuerza aplicada. Su unidad en el S.I. es el metro.

α es el ángulo formado entre $\vec{F}$ y $\vec{r}$





El momento resultante de las fuerzas que sufre un cuerpo es el responsable de los cambios en la velocidad con la que rota.

M_1= 2kg D_1= 5m a=9,81 m/s^2 F_2= 98,1N y F_1=19,62 N. Entonces F_2=98,1N multiplicado por D_2=1m M_2= 19,62x5m. En este caso las dos fuerzas producen un momento de 98,1 Nm.

El momento de una fuerza también es conocido con el nombre de par o torque (τ), y de él se derivan los conceptos: par de fuerzas y par motor que será profusamente empleado a lo largo del presente bloque temático.

El momento de una fuerza impulsa a los cuerpos a cambiar su velocidad de giro. Por esta razón, junto al módulo suele incluirse un signo que nos permite determinar si el impulso es para girar hacia un lado o hacia el otro.

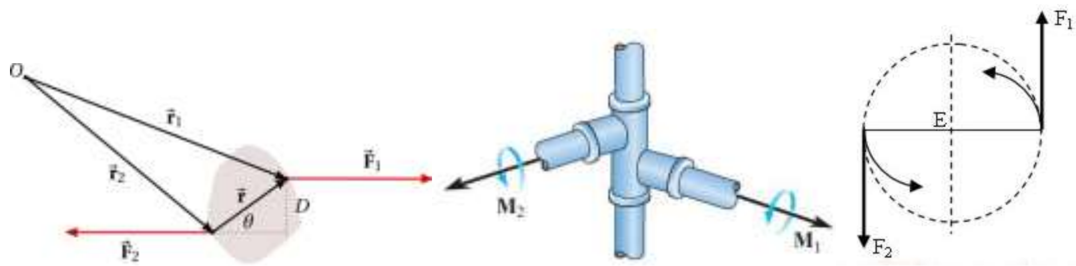
En concreto:

Cuando el impulso para girar tiene el sentido de las agujas del reloj, el módulo del momento se acompaña de un signo negativo.

Cuando el impulso para girar tiene el sentido contrario a las agujas del reloj, el módulo del momento se considera positivo.

Momento de un par de fuerzas

Par de fuerzas es un sistema formado por dos o más fuerzas paralelas que están aplicadas sobre dos o más puntos distintos separados por una distancia ***D***, usando las fuerzas no son perpendiculares a la línea que une los dos puntos de aplicación, la distancia a considerar es la que une ambas fuerzas a lo largo de una línea perpendicular a ambas.



Al aplicar un par de fuerzas a un cuerpo se produce una rotación o una torsión. La magnitud de la rotación depende del valor de las fuerzas que forman el par y de la distancia entre ambas siguiendo una línea perpendicular, llamada brazo del par. Un par de fuerzas, o simplemente un par, son dos fuerzas iguales, de sentido contrario y no colineales.

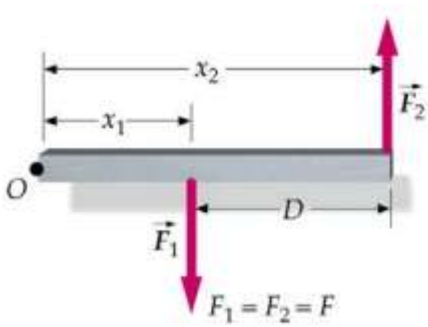
Los vectores r1 y r2 representan las posiciones de los puntos donde son aplicadas las fuerzas F1 y F2 respectivamente. El momento de torsión producido por este par alrededor del punto arbitrario O es:

$$\begin{aligned}\boldsymbol{\tau} &= \mathbf{r}_1 \times \mathbf{F}_1 + \mathbf{r}_2 \times (-\mathbf{F}_1) \\ \boldsymbol{\tau} &= (\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2) \times \mathbf{F}_1\end{aligned}$$

$$\boldsymbol{\tau} = \mathbf{r} \times \mathbf{F},$$

Donde el vector se conoce como momento del par y su resultado no depende del punto O escogido. Este vector es perpendicular al plano que contiene las dos fuerzas y su sentido está dado por la regla de la mano derecha. La magnitud del vector τ es:

$$\zeta = \vec{F}\,\mathrm{r}\sin\theta$$



$$\vec{M}_R = \sum \vec{r}_i \wedge \vec{F}_i = \vec{x}_2 \wedge \vec{F}_1 - \vec{x}_1 \wedge \vec{F}_1 = (\vec{x}_2 - \vec{x}_1) \wedge \vec{F}_1 = \vec{D} \wedge \vec{F}_1$$

Equilibrio estático

Es utilizado para describir un estado estacionario en el cuál la posición relativa de los componentes de un sistema no cambia con el tiempo. No significa que no se muevan, pueden hacerlo, lo que no cambia es la posición relativa entre los componentes.

Dicho en otras palabras, en el estado de equilibrio estático el sistema está en reposo o su centro de masas se mueve a velocidad constante.

Las dos condiciones necesarias para el equilibrio de un objeto

1. La fuerza externa neta debe ser igual a cero

$$\overrightarrow{\sum F} = 0$$

Esta condición refleja el equilibrio de traslación. La aceleración lineal del centro de masas del objeto debe anularse cuando se observa desde un sistema de referencia inercial

2. El par externo neto debe ser igual a cero

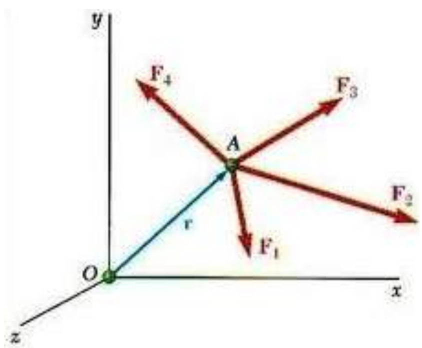
$$\overrightarrow{\sum M} = 0 \text{ ó } \overrightarrow{\sum \zeta} = 0$$

Esta condición refleja el equilibrio de rotación.

La aceleración angular con respecto a cualquier eje debe anulase En el caso especial del equilibrio estático, el objeto está en reposo con respecto al observador, así que su velocidad lineal y angular se anula.

Teorema de Varignon

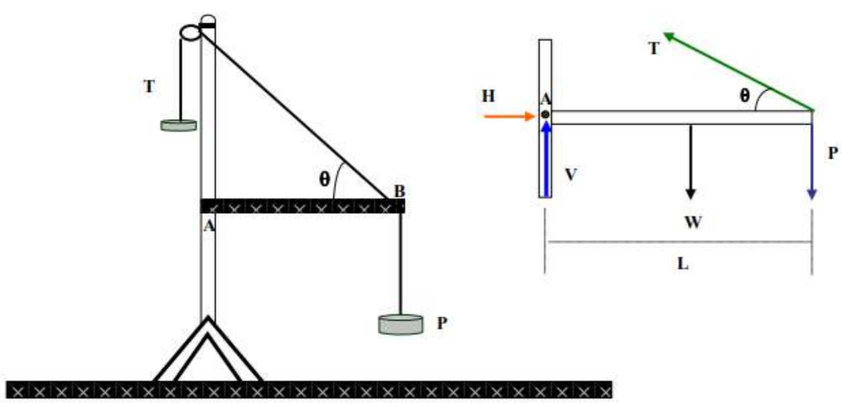
También se conoce a este teorema como el principio de los momentos.



$$\overrightarrow{\sum F_x} = f_i \; \overrightarrow{\sum F_y} = f_j \; \overrightarrow{\sum F_z} = f_k$$

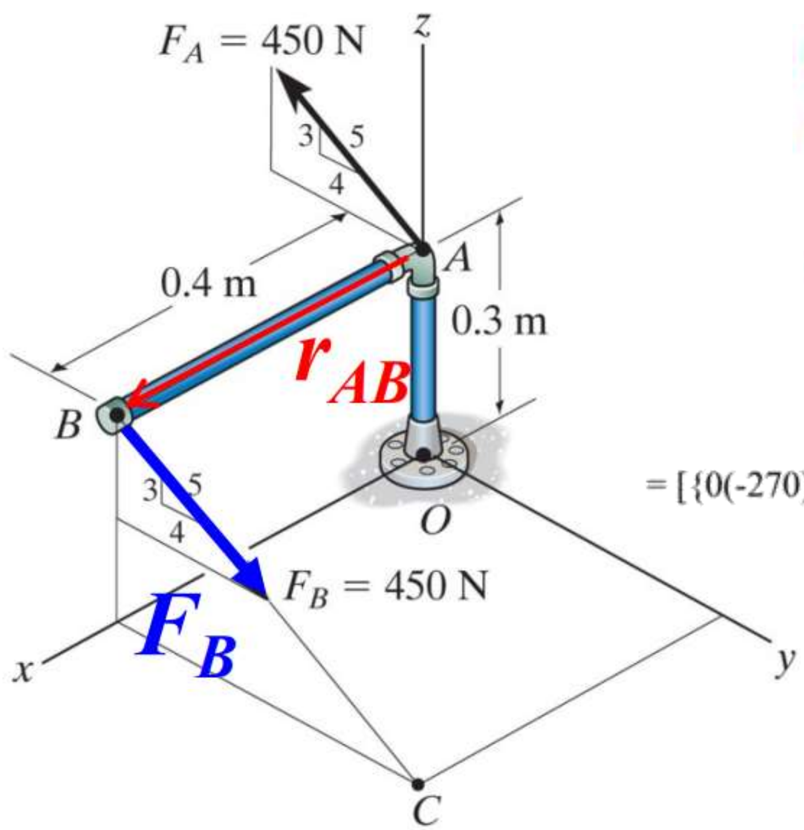
$$\overrightarrow{\sum M_x} = m_i \; \overrightarrow{\sum M_y} = m_j \; \overrightarrow{\sum M_z} = m_k$$

Dado un sistema de fuerzas y su resultante, el momento de la resultante respecto a un punto A, es igual a la sumatorias de los momentos de las fuerzas componentes respecto a ese mismo punto.



De acuerdo con el diagrama de cuerpo libre de la figura, las ecuaciones de las condiciones de equilibrio ∑Fx = 0 , ∑Fy = 0 y ∑MA = 0 para obtener los valores de la tensión y las componentes rectangulares de la reacción en el pivote (H y V), de acuerdo al siguiente planteamiento:

$$\overrightarrow{\sum F_x} = 0 = -T\cos\theta + H \; \overrightarrow{\sum F_y} = 0 = T\,sen\,\theta + V - P - W \; \overrightarrow{\sum M_a} = 0 = (T\,sen\,\theta \cdot L) - (P \cdot L) - (W \cdot \frac{L}{2})$$



$$\boldsymbol{r}_{AB} = \{\, 0.4\, \boldsymbol{i} \,\}\ \text{m}$$

$$\boldsymbol{F}_B = \{0\, \boldsymbol{i} + 450(4/5)\, \boldsymbol{j} - 450(3/5)\, \boldsymbol{k}\}\ \text{N}$$
$$= \{0\, \boldsymbol{i} + 360\, \boldsymbol{j} - 270\, \boldsymbol{k}\}\ \text{N}$$

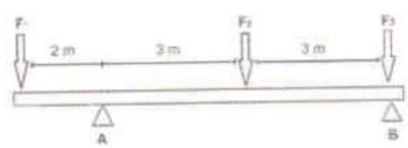
$$\boldsymbol{M} = \boldsymbol{r}_{AB} \times \boldsymbol{F}_B$$
$$= \begin{vmatrix} \boldsymbol{i} & \boldsymbol{j} & \boldsymbol{k} \\ 0.4 & 0 & 0 \\ 0 & 360 & -270 \end{vmatrix}\ \text{N·m}$$

$$= [\{0(-270) - 0(360)\}\, \boldsymbol{i} - \{4(-270) - 0(0)\}\, \boldsymbol{j} + \{0.4(360) - 0(0)\}\, \boldsymbol{k}]\ \text{N·m}$$

$$= \{\underline{0\, \boldsymbol{i}} + \underline{108\ \boldsymbol{j}} + \underline{144\, \boldsymbol{k}}\}\ \underline{\text{N·m}}$$

Guía 2017

6. Establecer la expresión de la segunda condición de equilibrio $\sum M = 0$, en donde M es el momento o torca de la fuerza, con respecto al punto de apoyo A, de la siguiente viga uniforme.



a) $-F_1(2\text{ m}) - A(2\text{ m}) + F_2(3\text{ m}) + F_3(6\text{ m}) - B(6\text{ m}) = 0$

b) $F_1(2\text{ m}) + A(0) - F_2(3\text{ m}) - F_3(6\text{ m}) + B(6\text{ m}) = 0$

c) $F_1(2\text{ m}) + A(0) - F_2(5\text{ m}) - F_3(6\text{ m}) + B(8\text{ m}) = 0$

d) $F_1(8\text{ m}) + A(6\text{ m}) - F_2(3\text{ m}) - F_3(0) + B(0) = 0$

1. Ordenar de menor a mayor el torque o momento de torsión respecto al punto A, según la fuerza F aplicada como se muestra en cada caso.

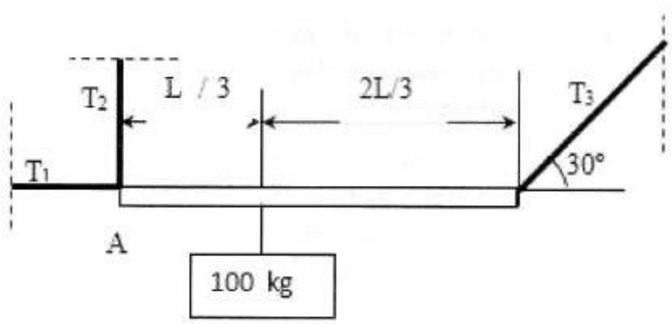
1.

2.

3.

4.

2. Para la situación mostrada en la figura, determinar T_3 en kilogramos–fuerza si el tablón es de masa despreciable.



a) $\dfrac{200}{3}$

b) $\dfrac{100}{3}$

c) $\dfrac{75}{3}$

d) $\dfrac{50}{3}$

2. En la expresión $\vec{\tau} = \vec{r} \times \vec{F}$:

a) $\vec{r}$ es el brazo de palanca de $\vec{\tau}$

b) $\vec{r}$ y $\vec{F}$ son siempre paralelas a $\vec{\tau}$

c) $\vec{r}$ y $\vec{\tau}$ pueden ser perpendiculares

d) $\vec{r}$ y $\vec{F}$ son siempre perpendiculares a $\vec{\tau}$

Guía 2020

6. Se tienen tres fuerzas de 10 N a 0°, 15 N a 90° y 10 N a 180°. Determinar la equilibrante del sistema:

a) 15 N a 290° b) 12 N a 350°

c) 10 N a 270° d) 15 N a 270°