

6. Mecánica de fluidos

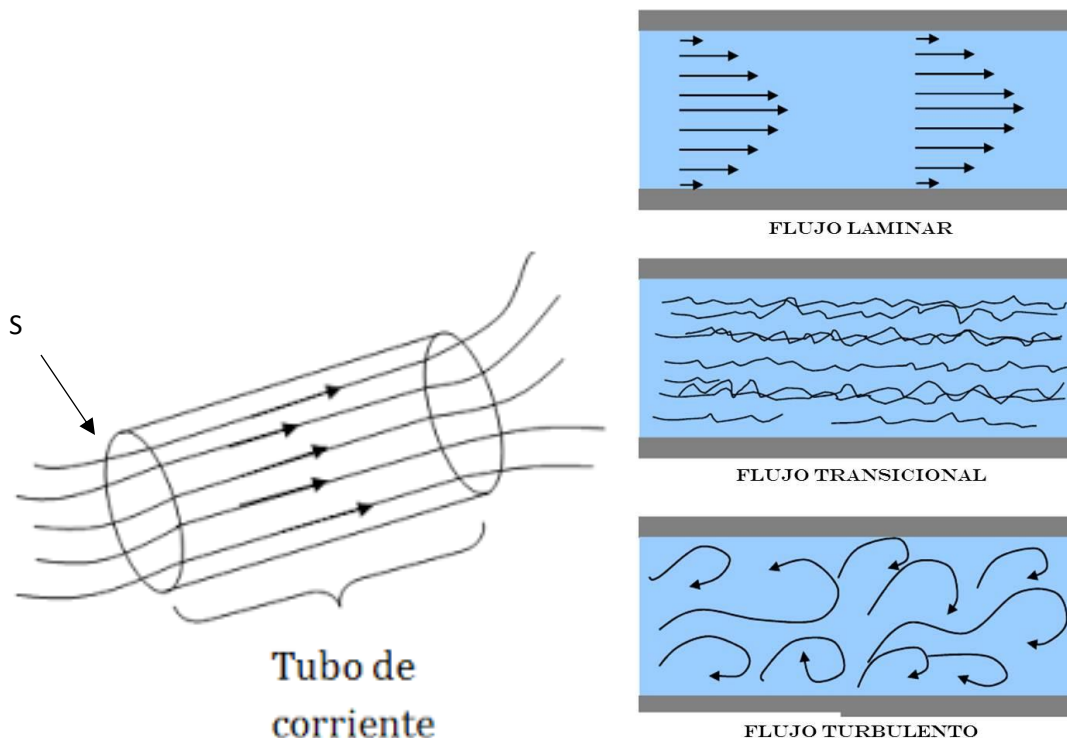
- 6.9. Flujo permanente y turbulento
- 6.10. Gasto y ecuación de continuidad
- 6.11. Teorema de Bernoulli
- 6.12. Principio de Torricelli
- 6.13. Tubo de Pitot
- 6.14. Tubo de Venturi
- 6.15. Ósmosis

Hidrodinámica.

La dinámica de fluidos estudia los fluidos en movimiento y es una de las ramas más complejas de la mecánica. Aunque cada gota de fluido cumple con las leyes del movimiento de Newton las ecuaciones que describen el movimiento del fluido pueden ser extremadamente complejas. En muchos casos prácticos, sin embargo, el comportamiento del fluido se puede representar por modelos ideales sencillos que permiten un análisis detallado.

Se define como flujo a un fluido en movimiento. Describimos el flujo de un fluido en función de ciertas variables físicas como presión, densidad y velocidad en todos los puntos del fluido. Vamos a describir el movimiento de un fluido concentrándonos en lo que ocurre en un determinado punto del espacio (x, y, z) en un determinado instante de tiempo t . Así, la densidad de un flujo, por ejemplo, vendrá dada por: $\rho(x, y, z)$, y la velocidad del flujo en el instante t en ese mismo punto será: $\vec{V}(x, y, z, t)$.

Las partículas dentro de un flujo pueden seguir trayectorias definidas denominadas "líneas de corriente". Una línea de corriente es una línea continua trazada a través de un fluido siguiendo la dirección del vector velocidad en cada punto. Así, el vector velocidad es tangente a la línea de corriente en todos los puntos del flujo. No hay flujo a través de una línea de corriente, sino a lo largo de ella e indica la dirección que lleva el fluido en movimiento en cada punto.



En el régimen estacionario las líneas de corriente coinciden con las líneas de flujo. Si dibujamos todas las líneas de corriente que pasan por el contorno de un elemento del fluido de área S (ver dibujo) estas líneas rodean un tubo denominado tubo de flujo o tubo de corriente. En virtud de la definición de línea de corriente el fluido no puede atravesar las paredes de un tubo de flujo y en régimen estacionario no puede haber mezcla de fluidos de dos tubos diferentes.

Se llama **flujo laminar o estacionario**. Al tipo de movimiento de un fluido cuando éste es perfectamente ordenado, estratificado, suave, de manera que el fluido se mueve en láminas paralelas sin entremezclarse, la velocidad de escurrimiento en cualquier punto no cambia con el tiempo, o sea que permanecen constantes con el tiempo o bien, si las variaciones en ellas son tan pequeñas con respecto a los valores medios.

$$\frac{\partial \vec{v}}{\partial t} = 0$$

Las capas adyacentes del fluido se deslizan suavemente entre sí. El mecanismo de transporte es exclusivamente molecular. Se dice que este flujo es aerodinámico. Ocurre a velocidades relativamente bajas o viscosidades altas como veremos. Así mismo en cualquier punto de un flujo permanente, no existen cambios en la densidad, presión o temperatura con el tiempo.

Se llama **flujo turbulento** cuando se hace más irregular, caótico e impredecible, las partículas se mueven desordenadamente y las trayectorias de las partículas se encuentran formando pequeños remolinos aperiódicos. Aparece a velocidades altas o cuando aparecen obstáculos abruptos en el movimiento del fluido.

El **flujo transicional**, como se indica es un flujo que se caracteriza porque las condiciones de movimiento errático de las partículas de un fluido, con pequeñas fluctuaciones en las propiedades de un fluido en un punto, y es la antesala del flujo turbulento.

$$\frac{\partial \vec{v}}{\partial t} \neq 0$$

El flujo, se define como la cantidad de masa del líquido a través de una tubería en un segundo.

Par algunas aplicaciones prácticas es mejor conocer la cantidad de masa que circula con un conducto o tubo en la unidad de tiempo, como, por ejemplo, el flujo de agua en una manguera.

Su fórmula es:

$$f = m/t$$

Donde:

f=Flujo (kg/s)

m=Masa del líquido (Kg)

t=Tiempo (s)

Tenemos que cada fluido tiene una densidad propia que se define como la relación existente entre masa y volumen:

$$\rho = m/v$$

Entonces tenemos que:

$$f = \rho v$$

Por lo que entonces:

$$f = \rho v/t$$

Número de Reynolds

El número de Reynolds relaciona la densidad, viscosidad, velocidad y dimensión típica de un flujo en una expresión adimensional, que interviene en numerosos problemas de dinámica de fluidos. Dicho número o combinación adimensional aparece en muchos casos relacionado con el hecho de que el flujo pueda considerarse laminar o turbulento. La expresión general del número de Reynolds es:

$$\text{Re} = \sqrt{\frac{\text{Fuerzas inerciales}}{\text{Fuerzas viscosas}}} \quad \text{Re} = \sqrt{\frac{m u^2 / L}{\nu^2 [m / (d^2 L)]}}$$

Donde:

d = Diámetro (m)

L = Longitud (m)

U = Velocidad (m/s)

V = Viscosidad cinemática m^2/s

En conductos y tuberías:

- Si el número de Reynolds es menor de 2200 el flujo será laminar; si se encuentre entre 2200 y 3500 se considera de transición y si es mayor de 3500 el flujo será turbulento.

Para un fluido que circula por el interior de una tubería circular recta, el número de Reynolds viene dado por:

$$Re_D = \frac{\rho VD}{\mu} = \frac{VD}{\nu}$$

$Re = V_s (D/V)$

Donde:

V ó V_s = velocidad característica del fluido (en m/s)

D = diámetro de la tubería a través de la cual circula el fluido o longitud recorrida por él fluido, en m

ν = viscosidad cinemática del fluido (m^2/s) $\nu = \mu / \rho$.

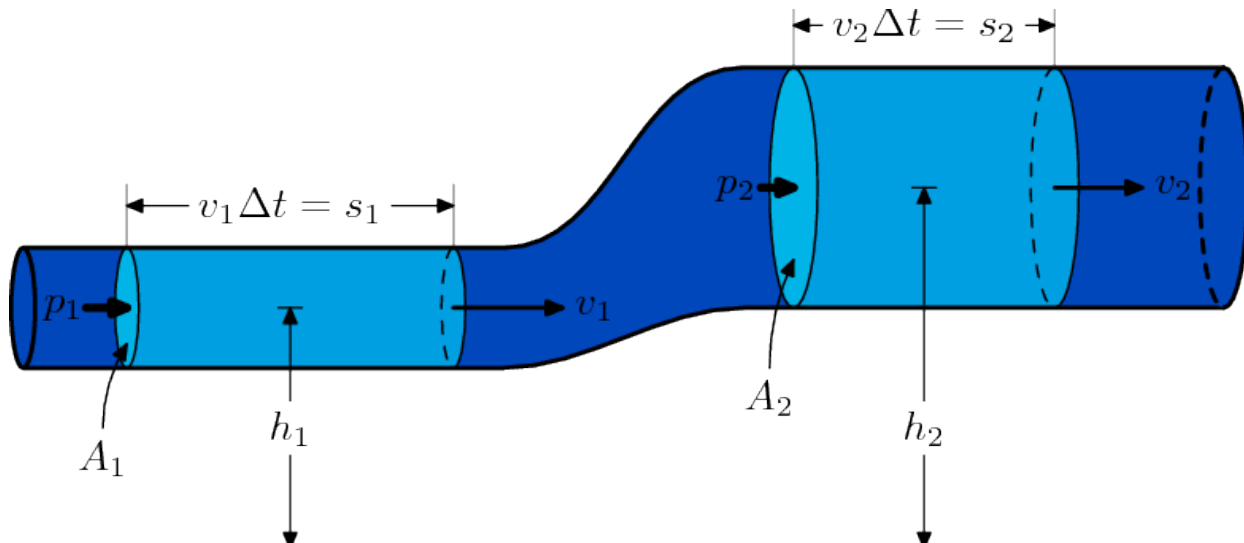
μ = viscosidad dinámica del fluido (Pa s)

Re ó Re_D = número de Reynolds., adimensional.

Principio de Bernoulli

En dinámica de fluidos, también denominado ecuación de Bernoulli, describe el comportamiento de un fluido moviéndose a lo largo de una línea de corriente. Fue expuesto en 1738 y expresa que en un fluido ideal (sin viscosidad ni rozamiento) en régimen de circulación por un conducto cerrado, la energía que posee el fluido permanece constante a lo largo de su recorrido.

El principio de Bernoulli se puede aplicar a varios tipos de flujo de fluidos que dan como resultado varias formas de la ecuación de Bernoulli por lo que depende del tipo de flujo. La forma simple de la ecuación de Bernoulli es válida para flujos incompresibles, como la mayoría de los flujos de líquidos y gases



El teorema considera los tres únicos tipos de energía que posee el fluido que pueden cambiar de un punto a otro de la conducción. Estos tipos son; energía cinética, energía potencial gravitatoria y la energía debida a la presión de flujo (hidrostática).

Energía cinética (hidrodinámica)	Debida a la velocidad de flujo	$\frac{1}{2} \cdot m v^2$
Energía potencial gravitatoria	Debida a la altitud del fluido	$m g h$
Energía de flujo (hidroestática)	Debida a la presión a la que está sometido el fluido	$p V$

Por lo tanto, el teorema de Bernoulli se expresa de la siguiente forma:

$$\frac{1}{2} \cdot m v^2 + m g h + p V = cte$$

La ecuación de Bernoulli relaciona la presión, la velocidad y la altura en un fluido con flujo laminar constante de densidad ρ . Usualmente escribimos la ecuación de Bernoulli de la siguiente manera:

$$P + \frac{1}{2} \rho v^2 + \rho g h = cte$$

Donde:

- v es la velocidad de flujo del fluido en la sección considerada.
- g es la constante de gravedad.
- h es la altura desde una cota de referencia.
- p es la presión a lo largo de la línea de corriente del fluido (p minúscula).
- V es el volumen del fluido.
- ρ es la densidad del fluido.

Si consideramos dos puntos de la misma conducción (1 y 2) la ecuación queda:

$$\frac{1}{2} \cdot m v_1^2 + m g h_1 + p_1 V = \frac{1}{2} \cdot m v_2^2 + m g h_2 + p_2 V$$

Donde m es constante por ser un sistema cerrado y V también lo es por ser un fluido incompresible. Dividiendo todos los términos por V , se obtiene la forma más común de la ecuación de Bernoulli, en función de la densidad del fluido:

$$\frac{1}{2} \cdot \rho v_1^2 + \rho g h_1 + p_1 = \frac{1}{2} \cdot \rho v_2^2 + \rho g h_2 + p_2$$

Una simplificación que en muchos casos es aceptable es considerar el caso en que la altura es constante, entonces la expresión de la ecuación de Bernoulli, se convierte en:

$$\frac{1}{2} \cdot \rho v_1^2 + p_1 = \frac{1}{2} \cdot \rho v_2^2 + p_2$$

Podemos ver la ecuación de Bernoulli como una ley de conservación de energía para un fluido en movimiento. Vimos que la ecuación de Bernoulli era el resultado de usar el hecho de que cualquier energía cinética o potencial extra que gana un sistema o fluido es debido al trabajo externo realizado en el sistema por otro fluido no viscoso.

Gasto

También conocido como caudal o índice de flujo fluido es una de las magnitudes principales en el estudio de la hidrodinámica. Se define como el volumen de líquido dV que fluye por una unidad de tiempo dt (velocidad con la que fluye determinado Volumen de un líquido) Sus unidades en el Sistema Internacional son los m^3/s o cm^3/s y su expresión matemática:

$$G = V/t \quad \text{ó} \quad Q = v/t$$

Donde:

G = Gasto en unidades de volumen sobre unidades de tiempo. Generalmente (m^3/s), (cm^3/s)

Q = Caudal

V = Volumen del líquido que fluye en metros cúbicos (m^3)

t = tiempo que tarda en fluir el líquido, en segundos (s)

El Gasto también puede calcularse si se conoce la velocidad del líquido y el área de la sección transversal de la tubería:

$$G = A v$$

Donde:

G = Gasto en unidades de Volumen sobre unidades de tiempo. Generalmente (m^3/s), (cm^3/s)

A = Área de la sección transversal del tubo en metros cuadrados (m^2)

v = velocidad del líquido en metros sobre segundo (m/s)

Para conocer el volumen del líquido que pasa por el punto 1 al 2 de la tubería, basta multiplicar entre si el área, la velocidad del líquido y el tiempo que tarda en pasar por los puntos.

Concluimos que el flujo se puede determinar también a través del caudal o gasto:

$$f = \rho Q$$

Donde:

Q=Caudal (m^3/s)

f=Flujo (Kg/s)

ρ =Densidad del fluido (Kg/m^3)

Ecuación de continuidad

La ecuación de continuidad no es más que un caso particular del principio de conservación de la masa. Se basa en que el caudal (Q) del fluido ha de permanecer constante a lo largo de toda la conducción.

Dado que el caudal es el producto de la superficie de una sección del conducto por la velocidad con que fluye el fluido, tendremos que la conservación de la masa de fluido a través de dos secciones (sean éstas A_1 y A_2) de una misma tubería se debe cumplir que:

$$Q_1 = Q_2 \Rightarrow S_1 \cdot v_1 = S_2 \cdot v_2$$

$$\rho_1 \cdot A_1 \cdot V_1 = \rho_2 \cdot A_2 \cdot V_2$$

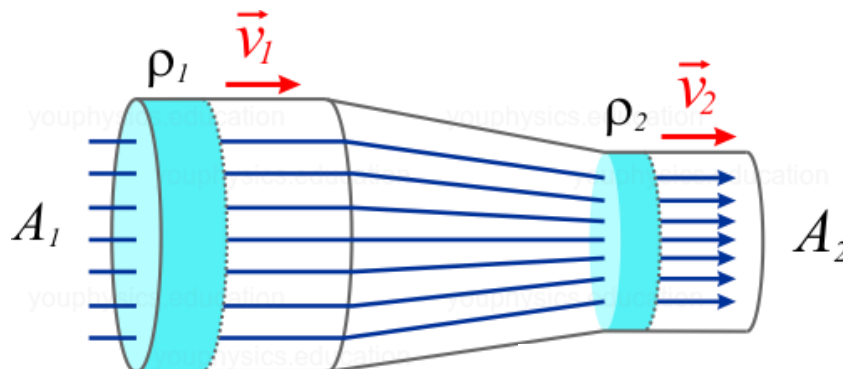
Donde:

Q = caudal m^3/s

V = velocidad m/s

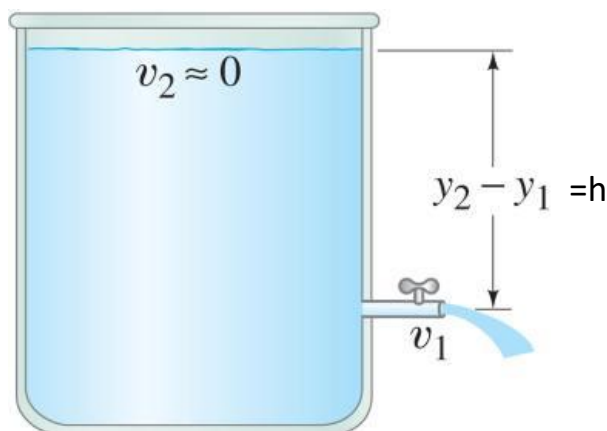
A = área transversal del tubo de corriente o conducto m^2

ρ = densidad del fluido (tratándose del caso general del agua y suponiendo que es el mismo fluido sin adiciones, se omite)



Principio de Torricelli

El teorema de Torricelli o principio de Torricelli es la aplicación del principio de Bernoulli y estudia el flujo de un líquido contenido en un recipiente, a través de un pequeño orificio, bajo la acción de la gravedad.



“La velocidad de un líquido en una vasija abierta, por un orificio, es la que tendría un cuerpo cualquiera, cayendo libremente en el vacío desde el nivel del líquido hasta el centro de gravedad del orificio”

$$V_t = \sqrt{2 \cdot g \cdot \left(h + \frac{v_0^2}{2 \cdot g} \right)} \quad v = \sqrt{2gh}$$

Donde:

V_t = la velocidad teórica del líquido a la salida del orificio.

V_0 = la velocidad de aproximación o inicial.

h = la distancia desde la superficie del líquido al centro del orificio.

g = la aceleración de la gravedad.

Para velocidades de aproximación bajas, la mayoría de los casos, la expresión anterior se transforma en:

$$V_r = C_v \sqrt{2 \cdot g \cdot h}$$

Donde:

V_r = la velocidad real media del líquido a la salida del orificio

C_u = el coeficiente de velocidad. Tomando $C_u=1$ la ecuación se transforma $v = \sqrt{2gh}$

Derivado de esta situación podemos obtener, el caudal o volumen del fluido que pasa por el orificio en un tiempo, Q , puede calcularse como el producto de S_c , el área real de la sección contraída, por V_r , la velocidad real media del fluido que pasa por esa sección, y por consiguiente se puede escribir la siguiente ecuación:

$$Q = S_c \cdot V_r = (S \cdot C_c) C_v \sqrt{2 \cdot g \cdot h}$$

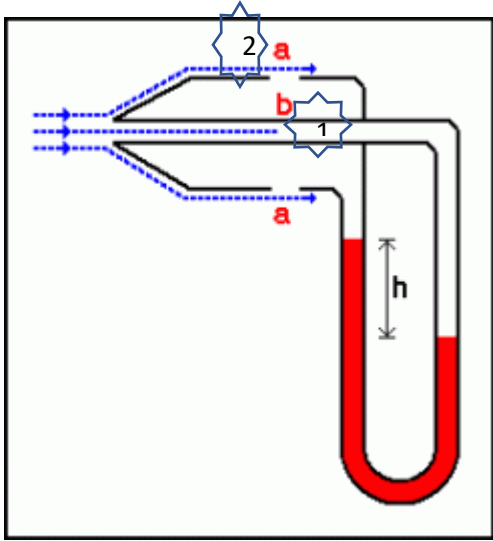
$$Q = C_d \cdot S \sqrt{2 \cdot g \cdot h}$$

Donde:

$S \sqrt{2 \cdot g \cdot h}$ representa la descarga ideal que habría ocurrido si no estuvieran presentes la fricción y la contracción. C_c = es el coeficiente de contracción de la vena fluida a la salida del orificio. Su significado radica en el cambio brusco de sentido que deben realizar las partículas de la pared interior próximas al orificio. Es la relación entre el área contraída C_d es el coeficiente por el cual el valor ideal de descarga es multiplicado para obtener el valor real, y se conoce como coeficiente de descarga. Numéricamente es igual al producto de los otros dos coeficientes. $C_d=C_c C_v$

Tubo de Pitot

El tubo de Pitot se utiliza para calcular la presión total o la velocidad del flujo, también denominada presión de estancamiento, presión remanente o presión de remanso o total (suma de la presión estática y de la presión dinámica).



En el sitio ❶ del esquema adjunto, embocadura del tubo, se forma un punto de estancamiento. Ahí la velocidad (v_1) es nula, y la presión, según la ecuación de Bernoulli, aumenta hasta:

$$\frac{P_1}{\rho g} = \frac{P_t}{\rho g} = \frac{P_0}{\rho g} + \frac{v_0^2}{(2g_c)}$$

Por lo tanto:

$$P_t = P_0 + \rho \cdot \frac{v_0^2}{(2)}$$

siendo:

- P_0 y v_0 = presión y velocidad de la corriente en el punto 0.
- P_t = presión total o de estancamiento.

Aplicando la misma ecuación entre las secciones ❶ y ❷, considerando que $v_1 = v_2 = 0$, se tiene:

$$y_1 + \frac{P_1}{\rho g} = y_2 + \frac{P_2}{\rho g}$$

Y de aquí, despejando la diferencia de alturas:

$$y_2 - y_1 = \frac{P_1}{\rho g} - \frac{P_2}{\rho g}$$

Por lo que, la diferencia de presiones quedaría:

$$P_1 - P_2 = \rho g(y_2 - y_1)$$

Si del dibujo del tubo de Pitot tenemos claro que:

- $y_2 - y_1 = L$ (lectura en el tubo piezométrico)

Se puede simplificar todo el desarrollo matemático en:

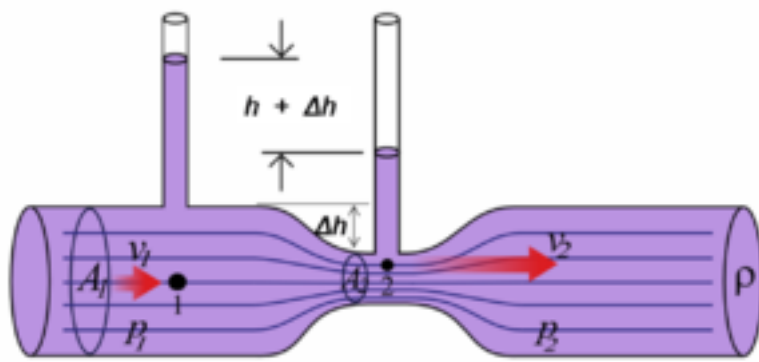
$$P_t = \rho \cdot g \cdot L$$

Tubo de Venturi / Efecto Venturi

consiste en un fenómeno en el que un fluido en movimiento dentro de un conducto cerrado disminuye su presión cuando aumenta la velocidad al pasar por una zona de sección menor. En ciertas condiciones, cuando el aumento de velocidad es muy grande, se llegan a producir grandes diferencias de presión y entonces, si en este punto del conducto se introduce el extremo de otro conducto, se produce una aspiración del fluido de este conducto, que se mezclará con el que circula por el primer conducto.

Básicamente, el tubo de Venturi es un conducto con un estrechamiento corto entre dos tramos de forma cónica. Disponiendo de dos medidores de presión, uno en la sección ancha y otro en la estrecha, se obtendrá la disminución exacta de dicha presión y se podrán calcular el caudal y la velocidad del fluido.

Con el empleo de este dispositivo es posible, por tanto, acelerar la velocidad de circulación de un fluido; un ejemplo de su aplicación es el funcionamiento básico de un carburador, que puede dosificar correctamente la mezcla de aire y combustible destinada a la combustión.

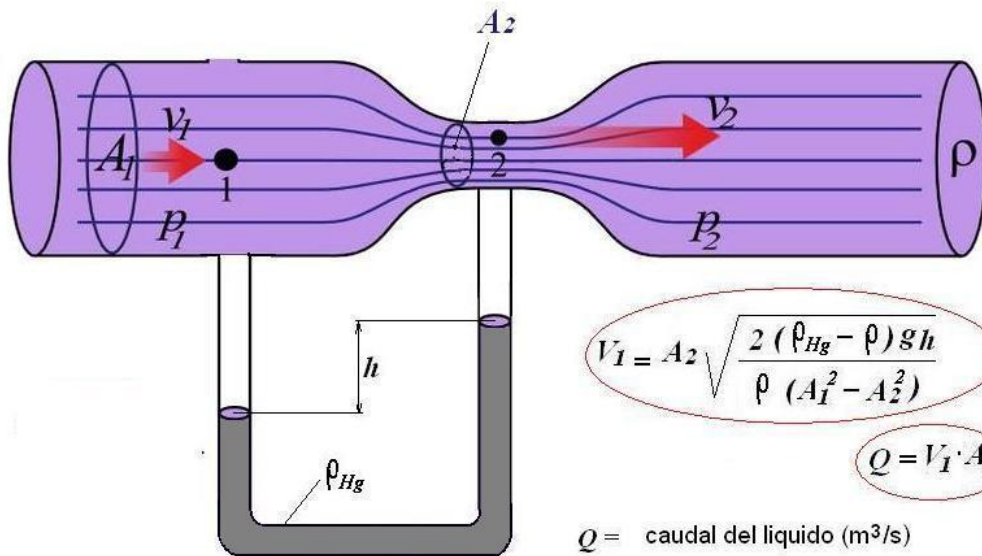


v_1, p_1 v_2, p_2 v_3, p_3

$v_1 < v_2$
 $p_1 > p_2$

$v_2 > v_3$
 $p_2 < p_3$

En esos casos, el aire pasa a través de un tubo de Venturi, cuya sección estrecha se comunica con la cuba de combustible. El aumento de velocidad y la caída de presión que se producen en el estrechamiento hacen que el carburador aspire el combustible y lo mezcle con el aire. Gracias a que el dispositivo permite una medición del caudal y las presiones, es posible dosificar las cantidades de aire y carburante de forma que la mezcla sea la idónea para un rendimiento óptimo del motor.



$$V_1 = A_2 \sqrt{\frac{2(\rho_{Hg} - \rho)gh}{\rho(A_1^2 - A_2^2)}}$$

$$Q = V_1 \cdot A_1$$

Q = caudal del líquido (m^3/s)

V_1 = velocidad del fluido en el punto 1 (m/s)

A_2 = sección del venturi en el punto 2 (m^2)

A_1 = sección del venturi en el punto 1 (m^2)

ρ = densidad relativa del líquido

ρ_{Hg} = densidad relativa del mercurio = 13.6

g = gravedad = $9.8 m/s^2$

h = altura de la columna de mercurio (m)

TUBO DE VENTURI
usa mercurio para medir
el caudal de un líquido