

# Clase 3 Cinemática y Dinámica

- 3.6. Tercera Ley de Newton
- 3.7. Rozamiento
- 3.8. Ley de la gravitación universal
- 3.9. Trabajo mecánico y potencia

## Tercer Ley de Newton

O **principio de acción y reacción** establece que cuando dos cuerpos interactúan aparecen fuerzas iguales y de sentidos opuestos en cada uno de ellos.

Definición Formal.

Cuando un cuerpo A ejerce una fuerza sobre otro cuerpo B, B reaccionará ejerciendo otra fuerza sobre A de igual módulo y dirección, aunque de sentido contrario. La primera de las fuerzas recibe el nombre de fuerza de acción y la segunda fuerza de reacción.

$$\vec{F}_{AB} = \vec{F}_{BA} \quad \vec{F}_{AB} = -\vec{F}_{BA}$$

Donde:

$\vec{F}_{AB}$  Es la fuerza de acción de A sobre B y su unidad de medida en el Sistema Internacional (S.I.) es el newton (N)

$\vec{F}_{BA}$  Es la fuerza de reacción de B sobre A y su unidad de medida en el S.I. también es el newton (N)

Estas fuerzas no se anulan mutuamente ya que se aplican sobre cuerpos distintos. Este principio es aplicable no sólo a interacciones por contacto, también a fuerzas a distancia. Las fuerzas de atracción de los cuerpos como en la ley de gravitación universal y la interacción de las cargas eléctricas son otros ejemplos de la interacción de esta ley.

Entonces... ¿por qué es los cuerpos celestes o las cargas eléctricas no colacionan por simple interacción? Lo cierto es que en ambos casos ambos orbitan alrededor de un punto común: el centro de masas

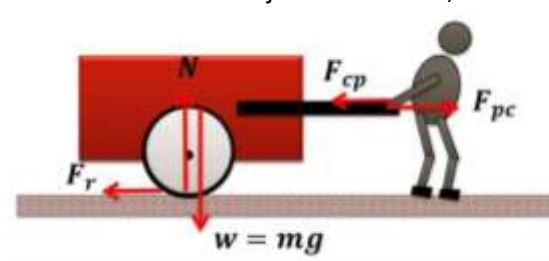
En muchos casos, este punto se encuentra en el interior del cuerpo de mayor masa y por tanto, la única órbita apreciable es la del cuerpo más distante y por tanto gira alrededor del de mayor masa.

Ejemplos.

Nadadora que se impulsa en la pared de una piscina.



Hombre jala una carreta,



## Centro de masas.

Representa el punto en el que suponemos que se concentra toda la masa del sistema para su estudio. Es el centro de simetría de distribución de un sistema de partículas.

## Posición

Si conocemos la posición de cada partícula del sólido, podemos determinar la de su centro de masas. La posición del centro de masas de un sólido rígido discreto viene dada por:

$$\vec{r}_{CM} = \frac{\sum_{i=1}^n m_i \cdot \vec{r}_i}{m_{total}} = \frac{m_1 \cdot \vec{r}_1 + m_2 \cdot \vec{r}_2 + \dots + m_n \cdot \vec{r}_n}{m_1 + m_2 + \dots + m_n}$$

Donde:

- $n$  : Número de partículas del sistema
- $\vec{r}_{CM}, \vec{r}_i$  : Vector de posición del centro de masas y de cada una de las partículas que componen el sistema respecto al mismo sistema de referencia. Su unidad de medida en el Sistema Internacional es el metro ( m )
- $m_{total}, |m_i|$  : Masa total del cuerpo y de cada partícula respectiva que compone el sistema. Su unidad de medida en el Sistema Internacional es el kilogramo ( kg )

En el caso de dos dimensiones.

$$\vec{r}_{CM} = x_{CM} \cdot \vec{i} + y_{CM} \cdot \vec{j}$$

$$x_{CM} = \frac{m_1 \cdot x_1 + m_2 \cdot x_2 + m_3 \cdot x_3 + m_4 \cdot x_4}{m_1 + m_2 + m_3 + m_4}$$

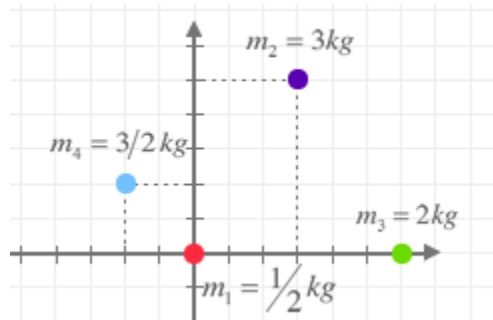
$$y_{CM} = \frac{m_1 \cdot y_1 + m_2 \cdot y_2 + m_3 \cdot y_3 + m_4 \cdot y_4}{m_1 + m_2 + m_3 + m_4}$$

En el caso de tres dimensiones.

$$\vec{r}_{CM} = x_{CM} \cdot \vec{i} + y_{CM} \cdot \vec{j} + z_{CM} \cdot \vec{k}$$

$$x_{CM} = \frac{\sum_{i=1}^n m_i \cdot x_i}{m_{total}} ; y_{CM} = \frac{\sum_{i=1}^n m_i \cdot y_i}{m_{total}} ; z_{CM} = \frac{\sum_{i=1}^n m_i \cdot z_i}{m_{total}}$$

Ejemplo 1. Encuentra el centro de masas de las partículas que aparecen en la figura.



Datos

- $m_1 = 1/2 \text{ kg}$
- $m_2 = 3 \text{ kg}$
- $m_3 = 2 \text{ kg}$
- $m_4 = 3/2 \text{ kg}$
- $\vec{r}_1 = 0 \text{ m}$
- $\vec{r}_2 = 3 \cdot \vec{i} + 5 \cdot \vec{j} \text{ m}$
- $\vec{r}_3 = 6 \cdot \vec{i}$
- $\vec{r}_4 = -2 \cdot \vec{i} + 2 \cdot \vec{j} \text{ m}$

$$\vec{r}_{CM} = \frac{\sum_{i=1}^n m_i \cdot \vec{r}_i}{m_{total}} = \frac{m_1 \cdot \vec{r}_1 + m_2 \cdot \vec{r}_2 + \dots + m_n \cdot \vec{r}_n}{m_1 + m_2 + \dots + m_n}$$

$$x_{CM} = \frac{m_1 \cdot x_1 + m_2 \cdot x_2 + m_3 \cdot x_3 + m_4 \cdot x_4}{m_1 + m_2 + m_3 + m_4} = \frac{\frac{1}{2} \cdot 0 + 3 \cdot 3 + 2 \cdot 6 + \frac{3}{2} \cdot (-2)}{\frac{1}{2} + 3 + 2 + \frac{3}{2}} = \frac{18}{7} \text{ m}$$

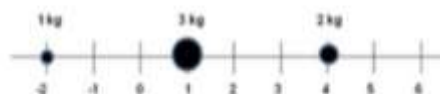
$$y_{CM} = \frac{m_1 \cdot y_1 + m_2 \cdot y_2 + m_3 \cdot y_3 + m_4 \cdot y_4}{m_1 + m_2 + m_3 + m_4} = \frac{\frac{1}{2} \cdot 0 + 3 \cdot 5 + 2 \cdot 0 + \frac{3}{2} \cdot 2}{\frac{1}{2} + 3 + 2 + \frac{3}{2}} = \frac{18}{7} \text{ m}$$

Es decir, el vector de posición del centro de masas es:

$$\vec{r}_{CM} = \frac{18}{7} \cdot \vec{i} + \frac{18}{7} \cdot \vec{j} \text{ m} = \left( \frac{18}{7}, \frac{18}{7} \right) \text{ m}$$

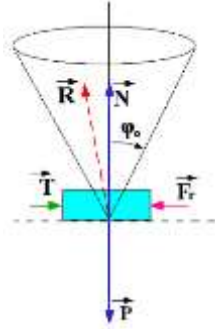
8. Para las masas de la figura, el centro de masa se encuentra en:

- a)  $x = 0 \text{ cm}$
- b)  $x = 0,5 \text{ cm}$
- c)  $x = 1,5 \text{ cm}$
- d)  $x = 2,5 \text{ cm}$



# Rozamiento

También conocido como fuerza de fricción, es la resistencia que se opone al movimiento (fuerza de fricción cinética o dinámica) o a la tendencia al movimiento (fuerza de fricción estática) de dos superficies en contacto. Se genera debido a las características (imperfecciones) de los distintos materiales que tiene contacto. Estas variaciones hacen que la fuerza entre ambas superficies no sea perfectamente perpendicular a éstas, sino que forma un ángulo (el ángulo de rozamiento) con la normal. Por tanto, esta fuerza resultante se compone de la fuerza normal (perpendicular a las superficies en contacto) y de la fuerza de rozamiento, paralela a las superficies en contacto.



F ó T: la fuerza aplicada.

Fr: la fuerza de rozamiento entre la superficie de apoyo y el cuerpo que se opone al deslizamiento.

P: el peso del propio cuerpo.

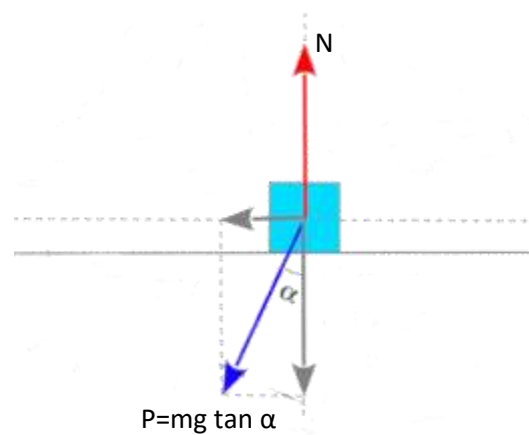
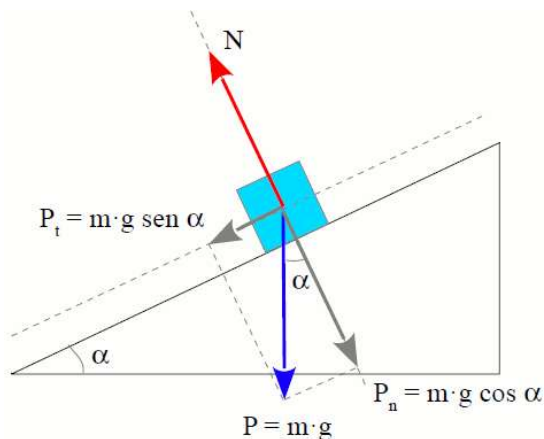
N: la fuerza normal.

R: Resultante de la fuerza

Φ₀: Ángulo de rozamiento

## Fuerza normal (N)

Es la fuerza que ejerce en sentido contrario y de igual magnitud al peso del objeto sobre el plano sobre el que actúa, su dirección es perpendicular a la superficie de apoyo y por tanto cuando se ejerce sobre un plano inclinado se conserva el ángulo en el sentido perpendicular con respecto al ángulo que se ejerzan la fuerza. La fuerza de rozamiento entre dos cuerpos no depende del tamaño de la superficie de contacto entre los dos cuerpos, pero sí depende de cuál sea la naturaleza de esa superficie de contacto, es decir, de que materiales la formen y si es más o menos rugosa.



Calcular la fuerza normal de un cuerpo de 100 kg que se halla sobre un plano inclinado de 30 metros de base y 15 metros de altura.

Con los diagramas anteriores Planteamos un sistema de referencia con la misma inclinación que el plano inclinado y calculamos la proyección de las fuerzas en X y en Y. Calculamos el ángulo  $\alpha$  utilizando la tangente.

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{15}{30} \Rightarrow \alpha = \operatorname{arc} \operatorname{tg} \left( \frac{15}{30} \right) = 26,57^\circ$$

Calculamos el peso, tomando la aceleración como negativa ya que apunta en contra del sistema de referencia.

$$P = m \cdot g = 100 \text{ kg} (-9,8) \frac{\text{m}}{\text{s}^2} = -980 \text{ N}$$

Ahora descomponemos el peso y obtenemos su componente en el eje Y, la normal es la fuerza opuesta a  $P_y$ .

$$P_y = P \cos \alpha = -980 \text{ N} \cdot 0,89 = -872,2 \text{ N}$$

$$N = -P_y = 872,2 \text{ N}$$

9. Un joven pesa 600 N en la superficie de la tierra, Tomando en cuenta que aproximadamente la aceleración de la gravedad en la luna es un sexto de la aceleración de la gravedad de la tierra. Calcular la masa y peso del joven en la superficie de la luna. Considere la aceleración de la gravedad en la superficie de la tierra como  $10 \text{ m/s}^2$ .

a)  $m = 60 \text{ kg}$ ,  $W = 700 \text{ N}$

b)  $m = 10 \text{ kg}$ ,  $W = 700 \text{ N}$

c)  $m = 60 \text{ kg}$ ,  $W = 100 \text{ N}$

d)  $m = 10 \text{ kg}$ ,  $W = 100 \text{ N}$

## Tipos de rozamiento o fricción.

Rozamiento estático ( $F_e$  o  $F_s$ ) Es la resistencia que se debe superar para poner en movimiento un cuerpo con respecto a otro que se encuentra en contacto.

$$F_s = \mu_e N \quad \mu_e : \text{coeficiente de rozamiento estático}$$

Rozamiento dinámico ( $F_d$ ,  $F_k$  o  $F_c$ ). Es la resistencia, de magnitud considerada constante, que se opone al movimiento, pero una vez que este ya comenzó.

$$F_d = \mu_d N \quad \mu_d : \text{coeficiente de rozamiento dinámico}$$

El rozamiento dinámico también se conoce como por deslizamiento y se produce cuando una superficie inclinada, bajo cierto ángulo desliza un objeto sobre un plano (superficie). Asociado a la fuerza de rozamiento se encuentra el ángulo de fricción  $\theta$  definido por la relación

$$\text{tg}\theta = \frac{F_r}{N} \quad \theta_{\text{máx}} : \text{tg}\theta_{\text{máx}} = \frac{F_r}{N} = \mu_e$$

A este ángulo también se le conoce como ángulo de deslizamiento. Este valor es el necesario para vencer la inercia y comenzar el movimiento. Cuando el cuerpo desliza, la fuerza de rozamiento es constante y ligeramente menor:

$$F_d = \mu_d N \quad \mu_d : \text{coeficiente de rozamiento dinámico } (\mu_d < \mu_e)$$

guía 2016

3. Un carro que pesa 15000 N desciende por una carretera cuya inclinación es de  $20^\circ$  respecto a la horizontal. Encontrar los componentes de peso del carro, en la dirección paralela y perpendicular al camino.

a)  $F_1 = 5130 \text{ N}$  y  $F_2 = 14095 \text{ N}$

b)  $F_1 = 5130 \text{ N}$  y  $F_2 = 140.85 \text{ N}$

c)  $F_1 = 513 \text{ N}$  y  $F_2 = 14085 \text{ N}$

d)  $F_1 = 5130 \text{ N}$  y  $F_2 = 1409.5 \text{ N}$

$$F_x = F \text{ sen } (20) = 1500\text{N} (0.3420) = 513.3\text{N}$$

$$F_y = F \text{ cos } (20) = 1500 \text{ N} (0.9396) = 1409.5\text{N}$$

21. Un coche de 1000 kg de masa viaja a 108 km/h y el coeficiente de rozamiento con la carretera es 0.3. Calcular la fuerza que emplea el motor para vencer el rozamiento.

a) 2920 N

b) 2930 N

c) 2940 N

d) 2950 N

Debemos convertir los 1000 kg a N , los 9.8 es la gravedad  $1000 * 9.8 = 9800 \text{ N}$

Ahora hallaremos la fuerza de roce  $F_r = \mu N = (0.3)(9800) = 2940 \text{ N}$

# Ley de la gravitación universal

Establece las fuerzas con la que se atraen dos cuerpos por el simple hecho de tener masa.

Definición formal.

Dos cuerpos se atraen con una fuerza directamente proporcional al producto de sus masas e inversamente proporcional al cuadrado de la distancia que las separa, y está dirigida según la recta que une los cuerpos. Dicha fuerza se conoce como fuerza de la gravedad o fuerza gravitacional y se expresa de la forma:

$$\vec{F}_g = -G \cdot \frac{M \cdot m}{r^2} \cdot \vec{u}_r$$

Donde:

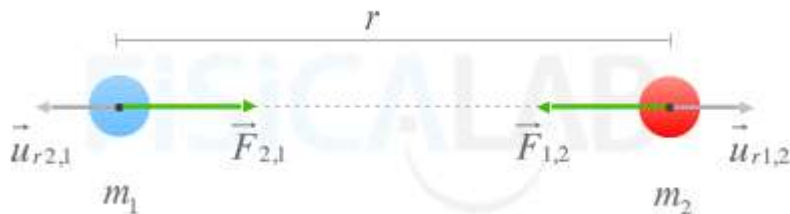
$\vec{F}_g$ : Es el vector fuerza gravitatoria. Su unidad de medida es el newton (N)

G es la constante de gravitación universal, que no depende de los cuerpos que interactúan y cuyo valor es  $G = 6,67 \cdot 10^{-11} \text{ N} \cdot \text{m}^2/\text{kg}^2$ ,

M y m son las masas de los cuerpos que interactúan. Su unidad de medida en el Sistema Internacional (S.I.) es el kilogramo (kg)

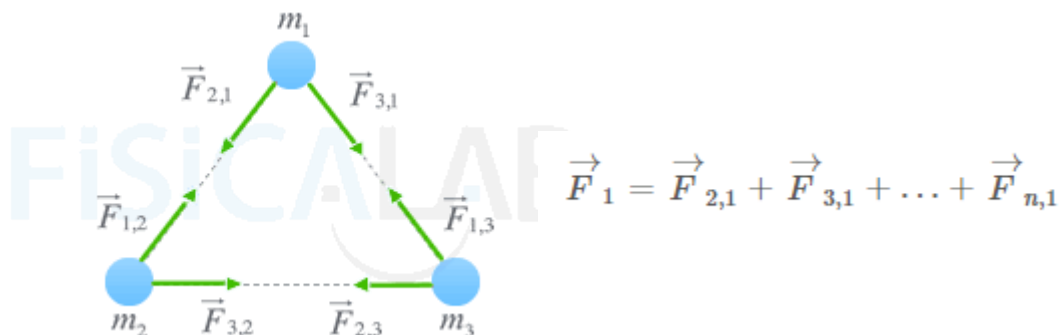
r es la distancia que los separa. Es el módulo del vector  $\vec{r}$ , que une la masa que genera la fuerza con la masa sobre la que actúa.

$\vec{u}_r$  es un vector unitario que posee la misma dirección de actuación de la fuerza, aunque de sentido contrario.

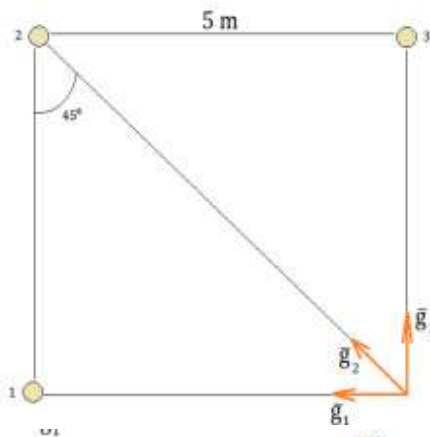


## La fuerza gravitatoria resultante

En un conjunto de más de dos masas se calcula, según bajo el principio de superposición, la resultante de la suma de fuerzas gravitatorias que interactúan.



En tres vértices de un cuadrado de 5 m de lado se disponen sendas masas de 12 Kg. Determinar el campo gravitatorio en el cuarto vértice. ¿Qué fuerza experimentará una masa de 4 kg situada en dicho vértice?



· Sistema de referencia tiene su origen donde se encuentra la masa 1.

· Diagonal del cuadrado:

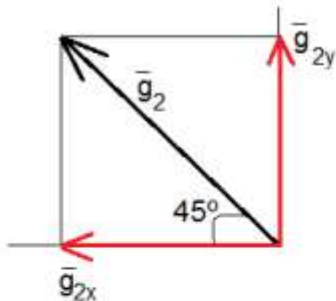
$$r_2 = \sqrt{50} = 7,07 \text{ m}$$

· Determinación del módulo de las intensidades del campo gravitatorio creado por cada masa en el vértice del cuadrado:

$$g_1 = g_3 = G \frac{m_1}{r_1^2} = 6,67 \cdot 10^{-11} \frac{12}{5^2} = 3,2 \cdot 10^{-11} \text{ N/kg}$$

$$g_2 = G \frac{m_2}{r_2^2} = 6,67 \cdot 10^{-11} \frac{12}{7,07^2} = 1,6 \cdot 10^{-11} \text{ N/kg}$$

·  $g_2$  se descompone de la siguiente manera:



$$g_{2x} = g_2 \cdot \cos 45 = 1,13 \cdot 10^{-11} \text{ N/kg}$$

$$g_{2y} = g_2 \cdot \sin 45 = 1,13 \cdot 10^{-11} \text{ N/kg}$$

· Expresamos ahora las intensidades de campo gravitatorio en función de los vectores unitarios cartesianos,

$$\vec{g}_1 = -3,2 \cdot 10^{-11} \hat{i} \quad (\text{N/kg})$$

$$\vec{g}_3 = 3,2 \cdot 10^{-11} \hat{j} \quad (\text{N/kg})$$

$$\vec{g}_2 = -1,13 \cdot 10^{-11} \hat{i} + 1,13 \cdot 10^{-11} \hat{j} \quad (\text{N/kg})$$

· La intensidad de campo gravitatorio total en el vértice del cuadrado será, según el principio de superposición,

$$\vec{g}_T = \vec{g}_1 + \vec{g}_2 + \vec{g}_3 = -3,2 \cdot 10^{-11} \hat{i} - 1,13 \cdot 10^{-11} \hat{i} + 3,2 \cdot 10^{-11} \hat{j} + 1,13 \cdot 10^{-11} \hat{j}$$

$$\vec{g}_T = -4,33 \cdot 10^{-11} \hat{i} + 4,33 \cdot 10^{-11} \hat{j} \quad (\text{N/kg})$$

Su módulo será:

$$g_T = \sqrt{(-4,33 \cdot 10^{-11})^2 + (4,33 \cdot 10^{-11})^2} = 6,1 \cdot 10^{-11} \text{ N/kg}$$

· En cuanto a la fuerza gravitatoria que experimentaría una masa de 4 kg situada en dicho vértice,

$$\vec{F} = m\vec{g}_T = 4 \cdot (-4,33 \cdot 10^{-11} \hat{i} + 4,33 \cdot 10^{-11} \hat{j}) = -1,73 \cdot 10^{-10} \hat{i} + 1,73 \cdot 10^{-10} \hat{j}$$

Cuyo módulo es,

$$F = mg_T = 4 \cdot 6,1 \cdot 10^{-11} = 2,44 \cdot 10^{-10} \text{ N}$$

25. Cuando se duplica la distancia de separación entre dos cuerpos celestes, ¿cómo varía la fuerza de atracción entre ellos?

a) Disminuye 4 veces

b) Se incrementa 4 veces

c) Disminuye a la mitad

d) Se incrementa 2 veces



# Trabajo mecánico y potencia

**Trabajo mecánico**, fuerza constante que actúa sobre un cuerpo, logrando modificar el movimiento, también se conoce como el producto escalar de la fuerza por el desplazamiento

$$w = \vec{F} \Delta \vec{r} = F \times d$$

El trabajo mecánico equivale, por lo tanto, a la energía que se necesita para mover el objeto en cuestión. La unidad de medida del trabajo en el Sistema Internacional es el Julio (J). Un Julio es el trabajo que realiza una fuerza constante de 1 Newton sobre un cuerpo que se desplaza 1 metro en la misma dirección y sentido que la fuerza.

Si el trabajo se aplica con un cierto ángulo con respecto al movimiento, entonces se tendrá que calcular los componentes de fuerza, en dirección con el desplazamiento y multiplicarlo por la distancia.

$$w = \vec{F} \Delta \vec{r} \cos \theta = F \times d \cos \theta$$

**Potencia**, se puede entender como la rapidez con la que se efectúa trabajo y se define como el trabajo realizado por unidad de tiempo. La potencia mecánica se simboliza con la letra P

$$P = \frac{w}{\Delta t} = F v$$

Las unidades para la potencia en el S.I son el Watts, el cual se define como Joule/s, de esta manera las equivalencias de otras unidades con el Watts son:

$$1 \text{ kW} = 1000 \text{ W}$$

$$1 \text{ Hp} = 746 \text{ W}$$

Tipos de trabajo.

**Trabajo termodinámico:** Es la transferencia de energía entre el sistema y el entorno por métodos que no dependen de la diferencia de temperaturas entre ambos. Es capaz de variar la energía interna del sistema.

**Trabajo eléctrico:** es el trabajo que realiza una fuerza eléctrica sobre una carga que se desplaza desde un punto A hasta otro punto B.

**Tipos de potencia,** es la proporción por unidad de tiempo, o ritmo, con la cual la energía eléctrica es transferida por un circuito eléctrico, es decir, la cantidad de energía eléctrica entregada o absorbida por un elemento en un momento determinado

Potencia mecánica aplicada sobre un sólido rígido viene dada por el producto de la fuerza resultante aplicada por la velocidad

Potencia eléctrica

Potencia calorífica, es la cantidad de calor que libera por la unidad de tiempo.